Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

Simulare 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică
- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Determinați numărul real x, știind că $\left(x+i\sqrt{2}\right)\left(1-i\sqrt{2}\right)$ este număr întreg, unde $i^2=-1$.

5p **2.** Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x^2+3x+m$, unde $m\in\mathbb{R}$. Determinați numerele reale m pentru care graficul funcţiei f intersectează axa Ox în două puncte distincte.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt[3]{x+2}-x=2$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $M=\{0,1,2,\ldots,2026\}$, acesta să fie un multiplu al lui 26.

5p **5.** Se consideră triunghiul ABC, astfel încât vectorii $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ și $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$ au aceeași lungime. Arătați că triunghiul ABC este dreptunghic.

5p **6.** Demonstrați că, pentru orice număr real x, are loc egalitatea $\cos^2\left(x-\frac{\pi}{2}\right)+\cos^2(x+\pi)=1$.

SUBIECTUL II (30 de puncte)

1. Se consideră matricele $B=\begin{pmatrix}3&-1&0\\2&0&0\\0&-\mathrm{e}&\mathrm{e}\end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix}1&x&0\\0&1&0\\0&0&\mathrm{e}^x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det\left(A(-1)\right)=\frac{1}{\mathrm{e}}$.

5p **b)** Arătați că $A(x)\cdot A(y)=A(x+y)$, pentru orice $x,y\in\mathbb{R}$.

5p **c)** Determinați matricea $Y\in\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ cu proprietatea că $A(1)\cdot Y=B$.

2. Se consideră $a\in(0,+\infty)$. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x\circ y=a^{-1}(x+a)(y+a)-a$, pentru orice $x,y\in\mathbb{R}$.

5p **a)** Arătați că $a\circ(-a)=-a$.

5p **b)** Demonstrați că 0 este elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$”.

5p **c)** Determinați elementele simetrizabile în raport cu legea „$\circ$”.

SUBIECTUL III (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\operatorname{arctg}x-x+\frac{x^3}{3}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\frac{x^4}{x^2+1}$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Calculați $\lim\limits_{x\to0}\frac{f(x)}{x^5}$.

5p **c)** Demonstrați că $x-\frac{x^3}{3}<\operatorname{arctg}x<x-\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

2. Pentru fiecare număr natural nenul n, se consideră numărul real $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{1+x}\,dx$.

5p **a)** Arătați că $I_1 = 1 - \ln 2$.

5p **b)** Demonstrați că $I_{n+1} \le I_n$, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.

5p **c)** Arătați că $nI_n = \frac{1}{2} - \int_0^1 \frac{x^n}{(1+x)^2}\,dx$, pentru orice număr natural $n \ge 2$.